

# 불완전한 데이터로부터 베이저안 네트워크 파라미터의 온라인 학습

임성수<sup>0</sup> 조성배  
연세대학교 컴퓨터과학과  
lss@sclab.yonsei.ac.kr<sup>0</sup>, sbcho@cs.yonsei.ac.kr

## Online Learning for Bayesian Network Parameters from Incomplete Data

Sungsoo Lim<sup>0</sup> Sung-Bae Cho  
Dept. of Computer Science, Yonsei University

### 요 약

베이저안 네트워크의 파라미터 학습은 주어진 평가 척도에 따라 데이터의 훈련집합에 가장 잘 부합되는 네트워크 파라미터를 구하는 것으로, 베이저안 네트워크 설계에 드는 시간과 노력을 줄이기 위해 연구되어 왔다. 본 논문에서는 불완전한 데이터로부터 온라인으로 베이저안 네트워크의 파라미터를 학습하는 방법을 제안한다. 제안하는 방법은 불완전한 데이터로부터 학습이 가능하도록 하여 학습의 유연성을 높이고, 온라인 학습을 통해 사용자 또는 환경의 변화를 잘 모델링한다. Choen 등이 제안한 온라인 파라미터 학습 방법인 Voting EM 알고리즘과 비교 실험 결과, 제안하는 방법의 유용성을 확인할 수 있었다.

### 1. 서론

인공지능 분야에서 현실세계의 불확실성을 극복하기 위해서 베이저안 네트워크가 널리 연구되고 있다.[1]. 기존의 베이저안 네트워크 설계는 전문가의 지식을 바탕으로 설계되었으나, 설계에 많은 시간이 소요되고 네트워크의 정확성을 보장할 수 없다는 문제가 있다. 또한 설계된 베이저안 네트워크는 환경의 변화를 반영할 수 없다.

이러한 단점을 극복하기 위해, 온라인 파라미터 학습방법에 대해서 연구되어 왔다[2,3]. Cohen 등은 EM( $\eta$ ) 알고리즘을 온라인 학습에 적용하여 Voting EM 알고리즘을 제안하였고 [4,5], Zhang 등은 Voting EM 알고리즘을 홍수 결정지원 시스템(flood decision supporting system)에 적용하여 그 유용성을 검증하였다[6].

Voting EM 알고리즘은 데이터가 완전한 경우, 비교적 빠른 시간에 적절한 파라미터 값을 얻을 수 있지만, 데이터가 불완전한 경우에는 학습이 부분적으로 혹은 부적절한 방향으로 일어난다. 이는 Voting EM 알고리즘이 EM 알고리즘에 근본을 두기 때문이다. EM 알고리즘은 많은 데이터로부터 불완전한 데이터를 보완하는 방법이지만, 한 시점의 데이터만을 가지고 학습을 하는 온라인 학습에서는 잘 작동하지 않는다. 본 논문에서는 Voting EM의 이러한 한계점을 보완하기 위해서, 확률론에 기반한 개선된 학습방법을 제안한다.

### 2. 제안하는 온라인 파라미터 학습방법

$x_i$ 를  $\{x_i^1, x_i^2, \dots, x_i^p\}$ 의  $p_i$ 개의 값을 갖는 베이저안 네트워크의 노드라 하고,  $\pi_i$ 를  $\{\pi_i^1, \pi_i^2, \dots, \pi_i^{q_i}\}$ 의  $q_i$ 개의 상태 조합을 갖는  $x_i$ 의 부모 집합이라고 하면,  $x_i$ 에서의 조건부확률 테이블(CPT) 값  $\theta_{ijk} = P(x_i = x_i^k | \pi_i = \pi_i^j)$ 로 정의할 수 있다.

온라인 베이저안 네트워크 파라미터 학습은 시점  $t$ 에서 주어진 파라미터  $\theta^t$ 를 데이터  $d_t$ 를 이용하여 새로운 파라미터  $\theta^{t+1}$ 을 구하는 것이다. 따라서 온라인 베이저안 네트워크 파라미터 학습을 위해 사용할 수 있는 정보는 각 노드  $x_i$ 에 대한 관측값  $\hat{x}_i^k(x_i$ 의 상태가  $k$  이면 1, 그렇지 않으면 0)와 이 관측값에 대해서  $\theta^t$ 가 얼마나 정확하게 예측을 하는지에 해당하는 예측값  $P(x_i = x_i^k | d_t - \{x_i\})$ 이다. 본 논문에서는 현재의 파라미터  $\theta^t$ 로부터 데이터  $d_t$ 를 잘 설명할 수 있는 파라미터  $\bar{\theta}$ 를 구하고, 지수 평활법을 사용하여 다음 시점의 파라미터  $\theta^{t+1}$ 을 구한다. 수식 (1)은  $\theta^t$ 와  $\bar{\theta}$ 로부터  $\theta^{t+1}$ 을 계산하는 식을 보여준다. 여기서  $\eta$ 는 파라미터  $\bar{\theta}$ 에 대한 비중, 즉 학습률을 나타낸다.

$$\forall ijk, \theta_{ijk}^{t+1} = (1-\eta)\theta_{ijk}^t + \eta\bar{\theta}_{ijk} \quad (1)$$

이제  $\bar{\theta}$ 를 구하는 방법에 대해서 알아보자. 총  $n$ 개의 노드로 구성된 베이저안 네트워크의 구조가 주어졌을 때,  $x_i$ 를 제외하고 관측된 노드 집합을  $O = \{x_{o_1}, x_{o_2}, \dots, x_{o_n}\}$ 라 하고,  $x_i$ 를 제외하고 관측되지 않은 노드 집합을  $U = x_{u_1}, x_{u_2}, \dots, x_{u_{n-a-1}}$ 라고 하면, 예측값  $P(x_i = x_i^k | d_t - \{x_i\})$ 는 수식 (2)와 같이 구하고, 이 수식은 독립성 가정과 체인-룰을 이용하면 수식 (3)과 같이 CPT 값을 이용한 수식으로 표현할 수 있다. 이를 정리해보면  $\frac{A}{A+B}$ 의 형태가 된다. 여기서  $A$ 와  $B$ 는 CPT 값들의 곱과 합으로 구성된다.

따라서,  $\hat{x}_i^k$ 가 1인 경우는  $P(x_i = x_i^k | d_t - \{x_i\})$  값이 1의 값이 나오도록  $\bar{\theta}$ 를 설정하고,  $\hat{x}_i^k$ 가 0인 경우는  $P(x_i = x_i^k | d_t - \{x_i\})$  값이 0이 나오도록  $\bar{\theta}$ 를 설정하면 된다. 그러나 수식 (3)을 이

$$P(x_i = x_i^k | d_t - \{x_i\}) = \frac{\sum_{\forall \text{ state of } x \in U} P(x_{o_1} = x_{o_1}^{s_1}, \dots, x_{o_a} = x_{o_a}^{s_a}, x_i = x_i^k, x_{u_1}, \dots, x_{u_{n-a-1}})}{\sum_{\forall \text{ state of } x \in U \cup \{x_i\}} P(x_{o_1} = x_{o_1}^{s_1}, \dots, x_{o_a} = x_{o_a}^{s_a}, x_i, x_{u_1}, \dots, x_{u_{n-a-1}})} \quad (2)$$

$$\frac{\sum_{\forall \text{ state of } x \in U} P(x_{o_1} = s_1 | \pi_{o_1}) \times \dots \times P(x_{o_a} = s_a | \pi_{o_a}) \times P(x_i = k | \pi_i) \times P(x_{u_1} | \pi_{u_1}) \times \dots \times P(x_{u_{n-a-1}} | \pi_{u_{n-a-1}})}{\sum_{\forall \text{ state of } x \in U \cup \{x_i\}} P(x_{o_1} = s_1 | \pi_{o_1}) \times \dots \times P(x_{o_a} = s_a | \pi_{o_a}) \times P(x_i | \pi_i) \times P(x_{u_1} | \pi_{u_1}) \times \dots \times P(x_{u_{n-a-1}} | \pi_{u_{n-a-1}})} \quad (3)$$

$$P(x_i = x_i^k | d_t - \{x_i\}) = \sum_{\forall j} P(x_i = x_i^k | \pi_i^j, d_t - \{x_i\}, \theta^j) P(\pi_i^j | d_t - \{x_i\}, \theta^j) \\ = \sum_{j \in P(\pi_i^j | d_t - \{x_i\}, \theta^j) \neq 0} \theta_{ijk}^j \prod_{x_a \in \pi_i^j} P(x_a^b | d_t - \{x_i\}, \theta^j) \quad (4)$$

용하여 CPT 값( $\bar{\theta}_{ijk}$ )을 설정하면 데이터 하나에 대해서 많은 양의 연산이 필요하다. 따라서 본 논문에서는 문제를 쉽게하기 위하여 파라미터를 학습할 때, 노드  $x_i$ 의 자식 노드가 주는 영향을 배제하고 부모 노드는 서로 독립이라고 가정한다. 그러면 수식 (2)는 수식 (4)와 같이 나타낼 수 있다. 따라서 만일 관

측치  $\hat{x}_i^k$ 가 1인 경우에는 수식 (4)에서 노드  $x_i$ 와 직접적으로 관계가 있는  $\theta_{ijk}^t$ 의 값과 간접적으로 관계가 있는  $P(x_a^b | d_t - \{x_i\}, \theta^t)$ 의 값을 증가시킴으로써  $P(x_i = x_i^k | d_t - \{x_i\})$ 의 값을 1이 되도록 설정할 수 있다. 본 논문에서는 노드  $x_i$ 와의 관계가 긴밀한 노드일수록(노드  $x_i$ 와 네트워크상의 거리가 가까울수록) 높은 가중치를 부여하여 해당  $\bar{\theta}_{ijk}$ 값이  $\theta_{ijk}^t$ 값과 큰 차이가 나도록 설정하였고, 반대의 경우는  $\bar{\theta}_{ijk}$ 값이  $\theta_{ijk}^t$ 와 적은 차이만 나도록 설정하였다. 그림 1은 제안하는 방법의 전반적인 과정을 나타낸 의사코드이다.

### 3. 실험 및 결과

제안하는 방법의 유용성을 검증하기 위하여 아시아 네트워크 상에서 Voting EM 알고리즘과의 비교 실험을 수행하였다. 학습 데이터로는 10,000개를 준비하였다. 학습 데이터는 환경의 변화에 대한 적응성을 알아보기 위하여, 앞의 5,000개의 데이터는 실제 아시아 네트워크에서 데이터를 생성하였고, 뒤의 5,000개는 아시아를 방문한 사람의 결핵발병 확률을 40%로 수정하여 데이터를 생성하였다.

실험은 데이터의 손실률과 학습률을 변경시켜가며 수행하였다. 데이터 손실률은 특정 노드(tuberculosis)에서의 손실률 0%의 완전한 데이터에서부터 100%에 이르기까지 10%단위로 변경하였고, 학습률은 1~50%로 1%단위로 변경하였다. 학습된 파라미터는 실제 해와의 거리를 이용하여 평가하였다. 두 파라미터  $\theta, \theta'$ 간의 거리는 수식 (5)와 같이 계산한다.

$$D(\theta, \theta') = \sum_{\forall ijk} |\theta_{ijk} - \theta'_{ijk}| \quad (5)$$

그림 2와 3은 제안하는 방법과 Voting EM 알고리즘과의 비교실험 결과를 보여준다. 실험결과에서 보여주듯이 Voting EM 알고리즘은 불완전한 데이터에서는 실제 해와의 거리가 완전 데이터와는 큰 차이를 보였고, 특정 노드 데이터의 손실률이 100%인 경우에서 큰 차이를 보였다. 반면에 제안하는 방법은 데이터의 손실률에 비례하여 실제 해와의 거리가 점차적으로 멀어짐을 알 수 있다. 특히 특정 노드에서의 데이터 손실률이 100%인 경우는 Voting EM 알고리즘의 경우는 전혀 학습이

```

onlineLearning( $d_t$ ) {
  for all  $x_i \in S$  do //  $S$  is the structure of BN
    for all  $k=0$  to  $p_i$  do
      if  $\hat{x}_i^k = 1$  then Update ( $x_i, 1.0$ )
      else if  $\hat{x}_i^k = 0$  then Update ( $x_i, -1.0$ )
      end if
    end for
  end for
  for all  $w_{ijk} \in w$  do
    if  $w_{ijk} > 0$  then  $\bar{\theta}_{ijk} = (1 - w_{ijk})\theta_{ijk}^t + w_{ijk}$ 
    else  $\bar{\theta}_{ijk} := (1 - w_{ijk})\theta_{ijk}^t$ 
    end for
  normalize to  $\sum_k \bar{\theta}_{ijk} = 1$ 
  for all  $\bar{\theta}_{ijk} \in \bar{\theta}$  do
     $\theta_{ijk}^{t+1} := (1 - \eta)\theta_{ijk}^t + \eta\bar{\theta}_{ijk}$ 
  end for
}

Update( $x_i^k, \omega$ ) {
  for all  $\pi_i^j \in S$  do
     $w_{ijk} := w_{ijk} + \omega \times P(\pi_i^j | d_t - \{x_i\}, \theta^j)$ 
  end for
  for all  $\pi_i^j \in S$  do
    if  $P(\pi_i^j | d_t - \{x_i\}, \theta^j) \neq 0$  then
      for all  $x_a^b \in \pi_i^j$  do
        Update ( $x_a^b, \omega \times \theta_{ijk}^j \times P(\pi_i^j - \{x_a^b\} | d_t - \{x_i\}, \theta^j)$ )
      end for
    end if
  end for
}
    
```

그림 1. 제안하는 온라인 학습방법의 의사코드

일어나지 않지만 제안하는 방법에서는 다른 노드들과의 인과관계를 고려하여 학습이 일어남을 확인할 수 있었다. 학습물에 있어서는 Voting EM 알고리즘과 제안하는 방법 모드 3~5%에서 높은 성능을 보였다. 낮은 학습률은 학습하는데 많은 시간이 걸렸으며, 높은 학습률은 최근 데이터에 많이 의존하기 때문에 실제 해와는 많은 차이를 보였다.

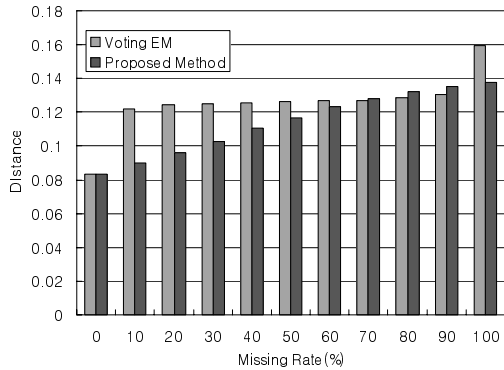


그림 2. 데이터 손실률에 따른 실제 해와의 거리

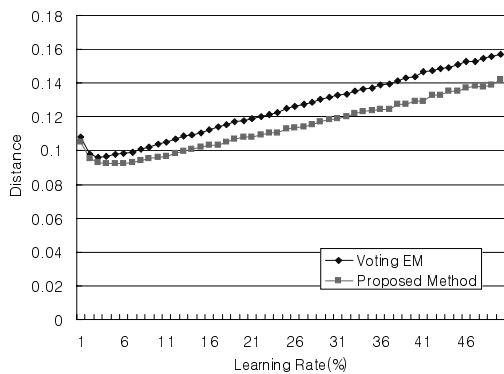


그림 3. 학습률에 따른 실제 해와의 거리

그림 4와 5는 학습률 4%이고 데이터 손실률이 각각 0%, 50%일 때의 Voting EM 알고리즘과 제안하는 방법의 시간에 따른 실제 해로의 접근성을 보여주고 있다. 그림에서 보듯이 데이터 손실이 없는 경우는 두 경우 모두 동일한 결과를 나타내지만, 데이터 손실이 있는 경우에는 제안하는 방법이 Voting EM 알고리즘에 비해 좀더 실제 해에 가까워짐을 알 수 있다.

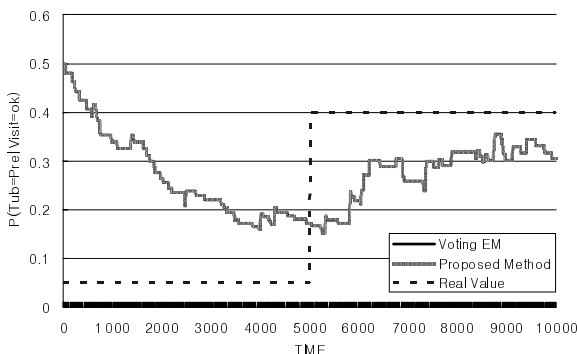


그림 4. 시간에 따른 비교 (학습률 4%, 데이터 손실률 0%)

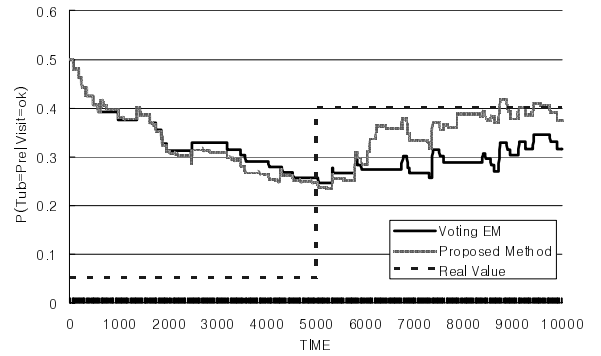


그림 5. 시간에 따른 비교 (학습률 4%, 데이터 손실률 50%)

#### 4. 결론

온라인 베이저안 파라미터 학습은 동적으로 환경의 변화 및 사용자의 성향을 반영하기 위하여 필요하다. 본 논문에서는 베이저안 네트워크 온라인 파라미터 학습방법중 하나인 Voting EM 알고리즘의 한계점을 극복하는 방법을 제안하였다. Voting EM 알고리즘과 제안하는 방법의 비교 실험 결과, 제안하는 방법의 유용성을 알 수 있었다.

향후 과제로 본 논문에서 수행한 실험의 다각적인 분석과 제안하는 방법을 다양한 도메인에 적용하여 그 유용성을 검증할 필요가 있다. 또한 온라인 학습의 효율을 극대화하는 학습물의 동적적용 방법이 필요하다.

#### 감사의 글

이 연구는 산업자원부가 지원한 뇌과학 연구 프로그램에 의해 지원되었음.

#### 참고 문헌

- [1] D. Heckeman, "Bayesian networks for data mining," *Data Mining and Knowledge Discovery*, vol 1, pp. 79~119, 1997.
- [2] D. Spiegelhalter and S. Lauritzen, "Sequential updating of conditional probabilities on directed graphical structures," *Networks*, vol. 20, pp. 579~605, 1990.
- [3] E. Bauer, D. Koller and Y. Singer, "Update rules for parameter estimation in Bayesian networks," *Proc. of 13th. Annual Conf. on Uncertainty in AI*, pp. 3~13, 1997.
- [4] I. Cohen, A. Bronstein and F.G. Cozman, "Online learning of Bayesian network parameters," *In Report No. HPL-2001-55, HP Labs*, 2001.
- [5] I. Cohen, A. Bronstein and F.G. Cozman, "Adaptive online learning of Bayesian network parameters," *In Report No. HPL-2001-156, HP Labs*, 2001.
- [6] S.Z. Zhang, H. Yu, H. Ding, N.H. Yang and X.K. Wang, "An application of online learning algorithm for Bayesian network parameter," *Machine Learning and Cybernetics*, vol. 1, pp. 153~156, 2003.